数学科標準テストの振り返りと今後に向けて
～問題作成と誤答分析を現場の指導に生かすために～

埼玉県立春日部高等学校　　渡辺　直樹

【要旨】昨年度，東部地区が数学科標準テストの問題作成に携わった。採点や誤答分析をする中で見えてきた生徒自身の課題と各単元の指導方法について深く考えていくことにする。また，過去の数学科標準テストから，教員側の問題作成や誤答分析が生徒自身にどれだけ還元できているか等を振り返り，実施の意義についても言及していきたい。

１．はじめに

長年にわたり実施されてきた埼玉県数学科標準テストが，2021 年 2 月 4 日（木）に実施されたもので 70 回目を迎えた。学習指導要領の改訂とともに出題する内容等の変更は若干あるものの，主に教科書内容の基本事項を確認するテストとして，多くの先生方が研究を重ね，継承してきた賜物だと感じている。その一方，近年は参加校数が減少し（39→28→42→38→34），正確なデータの把握や，分析結果のフィードバックが難しくなっている現状もある。そこで以下の内容に焦点を当て，報告書という形で私なりの意見をまとめていくことにする。

(1) 昨年度の数学科標準テストの分析結果から，各単元の指導方法や誤答の傾向についてまとめる。
(2) 過去の数学科標準テストを振り返り，出題の意図や長年にわたる生徒の躓きについて分析する。
(3) テストの在り方を踏まえ，教員側の問題作成や誤答分析を生徒へ上手く還元できる方法を考える。

２．昨年度の数学科標準テスト（数学Ⅰ・A）の分析

(1) 大問構成　～数学Ⅰ・A～

1 基本的な計算問題
⇒ 単項式の計算・根号の計算・因数分解・2 次方程式の解の公式・関数の決定

2 数と式（数学Ⅰ）
⇒ 整式の計算・たすきがけの因数分解・絶対値の計算・分母の有理化・1 次不等式

3 2 次関数（数学Ⅰ）
⇒ 平行移動・平方完成とグラフの頂点・最大値と最小値・2 次不等式・グラフと x 軸との位置関係

4 図形と計量（数学Ⅰ）
⇒ 三角比の値・三角比の相互関係・正弦定理・余弦定理・三角形の面積

5 データの分析（数学Ⅰ）
⇒ 代表値・データの変化・四分位範囲・箱ひげ図・相関係数

6 場合の数・確率（数学 A）
⇒ 円順列・組合せ・余事象の確率・反復試行の確率・条件付き確率

7 図形の性質（数学 A）
⇒ 重心と外心・内心・チェバの定理・接弦定理と円に内接する四角形・2 円の位置関係

8 整数の性質（数学 A）
⇒ 約数の個数・最大公約数と最小公倍数・素因数分解・自然数の組・n 進法

(2) 各設問の出題意図

1 基本的な計算問題
・(1)では例年，負の数の累乗を計算する問題が多いため，符号ミス以外の部分での誤答率がどのくらいあるのかを分析する。
・(3)では，単純だがミスの多い和と積の組合せにした。
・(5)では，定義域や最大値と最小値からグラフの概形がイメージできるか確認した。

2 数と式（数学Ⅰ）
・(3)では例年，絶対値の問題で中身が負の数の出題がされていたが，絶対値の定義をしっかり理解しているのかを問うべく，例年と異なる形にした。
・(4)では分母の有理化の際，分母に負の数が現れ，その後の符号ミスがないか確認した。

3 2 次関数（数学Ⅰ）
・(2)では，2 次の係数が負の数である平方完成がしっかりできるか確認した。
・(4)では，0 を含む形の 2 次不等式を解くことができるか確認した。

4 図形と計量（数学Ⅰ）
・(2)では，鈍角における正弦の値の正負が理解できているか確認した。

5 データの分析（数学Ⅰ）
・(2)では，データの修正前と修正後の平均値と分散の変化について考察させた。

6 場合の数・確率（数学 A）

・(1)では，円順列の仕組みを理解しているか確認した。

7 図形の性質（数学 A）

・(1), (2)では，重心，外心，内心の性質を理解しているか確認した。

・(3)では，チェバの定理を用いて辺の長さの比を求めることができるか確認した。

・(4)では, 2 円の位置関係について，図をイメージして解くことができるか確認した。

8 整数の性質（数学 A）

・(1)～(3)では，素因数分解を利用して求めることができるか確認した。

・(4)では，問題文を正確に読み, 1 桁の自然数の組に絞ることができるかどうかも確認した。

(3) 分析結果と読み取れる傾向

・1(1)における単項式の計算では，負の数の累乗が含まれていなかったが，昨年と同程度の正答率（67%）であった。分数計算や指数法則での単純なミスをしてしまう者が一定数いるということかもしれない。過去，負の数の奇数乗を出題した際には，正答率が低くなってしまうこともあった。

・1(3)における因数分解では，異なる 4 つのパターン（x^2+5x+6，x^2-5x+6，x^2+5x-6，x^2-5x-6）の見分けがつくかどうかが問われているが，5と6を見た段階ですぐに2と3の組み合わせしか頭に思い浮かばない者が多数いると思われる。

・1(5)における関数の決定では，定義域と最小値，最大値から，グラフの概形がイメージできるかが鍵となる。この問題が正答できていないと3(1)や3(3)も正答できていないと予想される。

・2(3)における絶対値の計算では，例年正答率が 65%程度であるのに対し，昨年度の$\left|3-2\sqrt{2}\right|$は 38%という結果であった。例年，$\left|2-\sqrt{5}\right|$や$\left|3-\pi\right|$のように中身が負である絶対値の計算を出題してきたため，過去の傾向と異なる問題に対応できなかったことや，元々絶対値の定義が理解できていない者が多いということを示しているように思える。

・2(4)における分母の有理化では，過去に出題した問題（$\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$(H29 年度)正答率 54%）を見ても分かるように，途中計算で分母に負の数が表れる際の正答率が低いことが分かる。

・3(1)におけるグラフの平行移動では，平行移動後の 2 次関数を表す式を求めさせたが，正答率は 33%であった。過去に出題された「どのように平行移動したのか」を問う問題では，正答率が 55%であったことを考えると，頂点の座標やグラフの動きは分かるが，数式で表現する力が乏しいことが読み取れる。

・3(2)における平方完成とグラフの頂点の座標では，2 次の係数が負の数である平方完成（30%程度）が，2 次の係数が正の数である平方完成に比べて 2 割程度正答率が下がる傾向にあることが分かった。

・3(4), (5)における 2 次不等式，グラフと x 軸との位置関係では，例年より正答率が 2 割程度下がった。2 次方程式の解の 1 つに 0 を含むことが理解できていないことや, 2 次関数のグラフと関連させて解くことができていないことが理由として考えられる。

・4(2)における三角比の相互関係では，$\cos\theta$が負の値でθが鈍角であることから，$\sin\theta$も負の値だと勘違いしている様子が見受けられた。

・5(2)におけるデータの変化を考察する問題では，修正前のデータと修正後のデータで，データの散らばり具合が小さくなることを計算なしに読み取ることができない者が多かった。

・5(4)における箱ひげ図の読み取りでは，箱の部分やひげの部分の具体的なデータについての考察が詳しくされておらず，誤った解釈をしてしまうケースが目立った。また，選択肢の文章を正しく読み取ることができていない者も多数いると思われる。

・6(3)における余事象の確率では，余事象「3 回とも 6 以外の目が出る」の確率を求めて解答を終えている者が多数いた。

・6(4)における反復試行の確率では，${}_4C_3$を掛けることなく解答しているものが目立った。

・7(1)における重心と外心の用語を答えさせる問題では，ただ何となく用語（外心・内心・重心・垂心・傍心）は知っているが，それぞれがどのような性質を持っているのか，どのように作図ができるのかまで深く理解していないこと様子が見受けられる。

・7(4)における 2 円の位置関係では，問題文から図のイメージを視覚化することができていない者が多数いたと予想される。

・8(1)における正の約数の個数では，素因数分解はできても，約数の個数が素因数の積で求められることまでは理解していないということが予想できる。

(4) 今後の指導に向けて

① 定義や性質の確認

絶対値の定義を確認する問題や，図形の性質から重心や外心という用語を答えさせる問題の正答率が低かった。数多くの問題演習を行うことも大事だが，パターンに慣れてしまい，本来の定義の理解が疎かになってしまう可能性がある。私自身も高校時代の恩師から「定義を大切に」と言われ続けていたが，今改めて教える側の立場となって定義の重要性を感じている。条件が変化する場合や，様々な問題設定に対応するためにも，定義を含めた基本的なことを常に問いかけ，繰り返し確認させることが重要であると考える。

② 図・グラフのイメージを持つ

「関数のグラフの共有点の個数」と「方程式の実数解の個数」の関係性や，2 円の位置関係における中心間の距離と半径の関係等を，ただ単に式変形や式の暗記のみで終わらせるのではなく，図やグラフを実際に描くことで様々な考察をさせることが大切である。実際，関数に対して判別式を用いてしまったり，方程式に対して軸と頂点を考察してしまったりする例が，現場の指導の中でもよく見受けられる。計算テクニックだけでなく，数式の持つ本来の図形的なイメージを重要視した指導を行うべきであると考える。

③ 思考力・推測力の育成

先日の大学入学共通テストにもあるように，近年，データや図などの資料から傾向を読み取る問題や，条件が追加または変化したときのグラフの変化を問う問題が増えてきている。数学科標準テストにおいても，データの分析の単元で計算をせずに答えを導く形の問題（平均値や分散がどのように変化したかを考察/箱ひげ図の読み取り/相関係数の選択）を出題したが，正答率はあまり高くはなかった。データの分析の単元に限らず，問題文や与えられた条件から解答の見当をつけることや，問われているものを瞬時に読み取り，正確に表現することを日頃から意識して指導を行う必要があると考える。

3．過去の数学科標準テストを振り返って

昨年度の数学科標準テストを含めた過去 10 年分の問題を振り返り，見えてきた生徒の誤答傾向と教員側の出題意図，そして，過去と現在で変わっているものと変わっていないものについて具体的な出題例を挙げながらまとめていく。

(1) 計算力

計算による誤答のパターンとして，主に以下の 3 つが大きく関わっている。また，この 3 つの要素が複数含まれる問題ほど，正答率は下がる傾向にある。そして，この事実は過去も現在も変わらない傾向にある。

① 符号計算が複雑に絡む。特に負の数の奇数乗。

⇒ $\left(-2x^2y\right)^3\times\frac{3}{4}xy^2$ （H26 年度）正答率 59%

② 約分が含まれる。

⇒ $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ の分母の有理化（H24 年度）正答率 56%

③ 他の計算法則と混合しやすいものが含まれる。

⇒ $x^2\times x^3=x^5$ と $\left(x^2\right)^3=x^6$ の違いや加減乗除の混在。

(2) 出題形式変更への対応力

出題する単元内容や問題の難易度に変化はないものの，問われているものに若干の変更点があると対応できない様子が見受けられる。

（例 1）2 次関数のグラフの平行移動

① 平行移動後のグラフの式を答える。

② グラフがどのように平行移動したか答える。

（例 2）三角比の相互関係

① $\tan\theta$ の値から $\cos\theta$ の値を求める。

② $\cos\theta$ の値から $\tan\theta$ の値を求める。

（例 3）正弦定理・三角形の面積

・外接円の半径と 1 つの角度⇒1 辺の長さを求める。

・1 辺の長さと 1 つの角度，三角形の面積⇒もう 1 辺の長さを求める。

(3) グラフをイメージする力

「2 次関数のグラフと x 軸との共有点の個数」に関する問題を「2 次方程式の実数解の個数」と関連付けて解く傾向があることから，「グラフの頂点の y 座標の位置関係」を考察した方がよいタイプの問題を出題し，生徒がどのように解いたかを分析したこともあった。また，最大・最小に関する問題でもグラフのイメージが鍵となる出題もあった。

（例 1）グラフと x 軸との共有点の個数

・2 次関数 $y=\left(x+3\right)^2+k-4$ のグラフが x 軸と共有点をもたないような定数 k の値の範囲を求める。

（例 2）2 次関数の最大値と最小値

・ $y=-\left(x+1\right)^2+a$ （$-2\leqq x\leqq 1$）の最大値が 3 のときの a の値と最小値を求める。

(4) 問題文の読解力

場合の数における ${}_nP_r$ と ${}_nC_r$ の区別や，グラフの平行移動に関しての移動前後の区別等，問題の設定を解釈することに対して，苦手だと感じている生徒が多い。数学特有の言い回しも含めて，問題で何が問われているのかを正しく把握する力が求められている。

（例 1）場合の数

・7 人の生徒から会長，副会長，書記を 1 人ずつ選ぶときの選び方の総数を求める。

（例 2）グラフの平行移動

・2 次関数 $y=x^2+8x+13$ のグラフを x 軸方向に□，y 軸方向に□だけ平行移動すると，2 次関数 $y=x^2+6x+10$ のグラフになる。

(5) 定義や性質の説明力

「重心」や「外心」の用語を答える問題や性質を述べた文章を選択する問題等，「ただ問題が解ける」ということからの脱却を目指すという出題意図が感じられる。正答率も低い傾向にあり，他者に説明できるところまで理解を深めていくことが求められている。

（例 1）重心・外心・内心・垂心の説明

・外心，内心，垂心の説明のうち適するものを選ぶ。

・性質の説明から重心，外心という言葉を答える。

（例 2）1 次不定方程式（互いに素）

・整数 x , y が $5x-3y=0$ を満たすとき，x は 3 の倍数である。その理由は 5 と 3 は□だからである。

4．問題作成と誤答分析から先のステージへ

現在，数学科標準テストの問題作成や誤答分析は高数研の各地区が輪番で担当している。過去のデータを参考に問題を作成するとともに，「このような誤答をする可能性がある」，「どのような解き方を生徒が選ぶか分析したい」といった教員側の意図が問題に表現されることがある。しかし，問題作成や誤答分析等がフィードバックという形で生徒自身にどれだけ還元できているだろうか。もちろん，誤答分析をすることで，指導方法についての議論を重ね，教員側の授業改善に繋げることができる。また，生徒が躓きやすい部分を理解し，発問を工夫したり，生徒の気持ちに寄り添って指導をしたりすることができる。ただ，参加校数が減少してきている現状を考えると，数学科標準テストに参加することに大きなメリットを感じていない学校や，参加したとしても，その後の指導に上手く生かすことができていない学校が増えてきているのではないかと思う。そこで，まずは問題作成の段階から，数学科標準テストがどのような力の育成を目指したものなのかを明確にすることで，参加する意義があるのかどうかを各学校に判断してもらうのはどうだろうか。また，各学校から数学科標準テストへの要望等を集い，積極的に取り入れることで，様々なニーズに合った形のテストにすることができるのではないだろうか。過去問題の有効的な活用方法や，誤答分析結果の共有方法等，今後の課題は数多くあるのではないかと思う。

以下は，私が考える問題形式の枠組み案である。

① 計算力重視の基礎・基本タイプ

⇒ 1 問 1 答形式の問題を数多く残し，現在求められている思考力・判断力・表現力の育成とは異なる，基礎・基本の定着を確認するような問題設定にする。

② 思考力・判断力重視の応用タイプ

⇒ 様々な解法が考えられる問題や，条件の変化が伴うような問題，問題文の読解力やグラフ等の想像力を必要とする問題を中心に出題する。

③ 計算力・思考力・判断力等の総合タイプ

⇒ 大問ごとにどのような力を育成しようとしているのかを明確にし，学校の実情に応じて問題を選択できるような形式にする。または，1 単元につき，計算力重視の問題を 2 題，思考力・判断力重視の問題を 2 題というような形式にする。

5．まとめ

大学入試センター試験から大学入試共通テストへ変わったように，数学科標準テストについても実施の意義や，出題する問題内容等，改めて議論していく必要があるのではないかと考える。冒頭でも述べたように，現在の数学科標準テストは何十年にもわたり多くの先生方が研究を重ね，継承してきた賜物であることに変わりない。また，今回の誤答分析のように，過去からの経年変化を見ることができ，非常に貴重なデータとなっていることも確かである。その上で，今後どのようなテスト形式が良いのか，どのような目的で実施するべきか等について，過去の問題作成や誤答分析から得た成果を多くの先生方が共有し，時代の変化と共にさらに良いものにしていくことができればいいのではないかと思う。

6．参考資料

(1) 高数研「数学教育研究会誌」(第 48 号～第 57 号)

(2) 大学入学共通テスト（数学Ⅰ・A ＆ Ⅱ・B）